Rapport sur les oraux CAPES de Nancy, 15 juin Rym, 17 et 18 juin Chrystèle, 20 et 21 juin Alain

1. sujets oral2 / épreuve sur dossier

Sujets des samedi 17 et dimanche 18 juin : un problème d'optimisation (sujet 5, recette d'une salle de spectacle, 2nde) et un problème de probabilités (sujet 6, nombre de crèmes catalanes à prévoir par jour, loi binomiale, 1ère), avec à chaque fois 2 copies virtuelles d'élèves sur lesquelles s'appuyer pour la correction et la remédiation.

sujet des mardi 20 et mercredi 21: deux problèmes d'optimisation très similaires (voir photo des sujets) ouverts tous les deux, avec trois solutions d'élèves assez détaillées.

Questions "missions": Voir les questions par les étudiants (UPEM, UPEC, P13) : dans le fichier Dates&horaires_oral2017_étudiants_UPEM-UPEC-P13.xlsx

2. sujets de leçons d'oral 1 / leçon

S1. (maths) Thème 23. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations (couplée avec ??)

Développement résolution d'un des exercices proposés dans le plan : un cycliste parcourt 30km en 1h et pédale en continu. Montrer qu'il existe un intervalle de temps de 10 minutes dans lequel il aura parcouru 5 km. Questions sur le TVI qui est utilisé dans la résolution (à quel niveau l'enseigner, quelle preuve proposée aux élèves, quelles applications directes) . Question : Parmi les exercices proposés, lequel est le plus pertinent pour convaincre les élèves que c'est utile d'utiliser les equ. et inequ.)

S2 (maths) Thème 34. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Applications (couplée avec 25. Problèmes conduisant à une modélisation par des matrices).
Développement: Preuve que la fonction racine carrée est dérivable sur R+* et expression de sa dérivée. Questions : (l'étudiants ayant du mal avec la non-dérivabilité en 0) dérivabilité en 0 de x $\sqrt{x}$, comment le voir sur la représentation graphique. Comment l'expliquer à des élèves de Terminale. Questions sur les extrema, le rapport entre la définition donnée de la tangente et celle du collège. Proposition d'une application en géométrie sur les aires (car pas vraiment d'applications proposées dans le plan) .

S3 (maths) 8. Forme trigonométrique d'un nombre complexe. Applications (couplée avec 4. Variable aléatoire réelle à densité).
Développement: Preuve de AB=|zB-zA| et $(\overline{AB},\overline{CD})$= arg($\frac{zD-zC}{zB-zA}$) Questions (candidat ayant des problèmes avec la définition d'un argument) : arg(-z) par rapport à arg(z). Représentez les points d'arguments $-\pi/4$

S4 (maths) Thème 12. Droites dans le plan. Droites et plans dans l'espace (couplée avec 2. Variable aléatoire discrète).
Développement: Preuve du théorème du toit. Questions : comment définir une droite sans repère . équation cartésienne d'un plan à partir de la donnée de deux vecteurs. Exercice de géométrie dans l'espace (section d'un cube).

S5. (mardi 20 AM, maths) Thème Fonction exponentielle logarithme et applications.
Développement: justifier le tableau de variation de exponentielle. Exo supplémentaire: limite quand x tend vers 0 de $(\exp(x^2)-1)/x$?

S6 (mardi 20 AM, info) Thème *exemples d'activités autour d'internet. Structuration, indexation et partage des données, sécurité*. Développement: sur cryptage et décryptage, coder l'algorithme d'un chiffrage sur le principe César. Discussion complémentaire: comment définir ce qu'est internet, par opposition au web? (1er point de l'exposé) on demande une définition telle qu'elle pourrait figurer dans le cahier d'un élève.

S7 (mardi 20 AM, maths) Thème *probabilités et probabilités conditionnelles*. Développement: on demande résoudre un des exercices donnés en exemple, de niveau seconde César. Exo complémentaire: Un joueur lance plusieurs fois un dé équilibré, il gagne s'il fait un avant le 7ème lancer. Probabilité de gagner au 3ème tirage? Probabilté de gagner tout court?

S8 (mardi 20 AM, info) Thème *exemples d'activités de manipulation d'images*. Développement: écrire un algorithme, permettant la rotation d'une image bitmap autour d'un centre et avec un angle, entrés en paramètres. Discussion complémentaire: dans le cas d'un filtrage d'images, implémenté par une multiplication matricielle, décrire l'algorithme correspondant, estimer sa complexité (tailles quelconques)

S9 (mercredi 21 AM, maths) Thème *géométrie vectorielle dans le plan et dans l'espace*. Développement: montrer la caractérisation des vecteurs colinéaires par leurs coordonnées Exo complémentaire: démontrer vectoriellement le théorème des milieux [candidat très faible..]

Le samedi 17/6, même leçon : 1) démontrer la propriété donnant l'équation cartésienne d'une droite du plan. 2) idem Alain : montrer la caractérisation des vecteurs colinéaires par leurs coordonnées (le candidat l'énonce de manière directe et finit par dire que la réciproque est fausse…). 3) le candidat étant très faible, le jury rebondit sur son choix de dérouler toute la leçon par les coordonnées et lui demande comment on définit les coordonnées d'un point… Puis qu'est-ce qu'un repère quelconque ? Comment définit-on un vecteur dans l'espace ? Prouver l'unicité d'une droite passant par un point A et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$. Devant son manque de réactivité, ils tentent de le faire réagir sur toutes les autres parties de leçon…

Ex complémentaire : tracer un tétraèdre quelconque ABCD. Placer le milieu I de [DC] puis le point K tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$. Démontrer que B, K et I sont alignés. (simple utilisation de la relation de Chasles mais le candidat ne s'en est pas sorti… Je n'ai pas trouvé son nom sur la liste des amis !)

S10 (merc. 21 AM, maths) Thème *nombre dérivé, fonction dérivée et applications*. Développement: démontrer la formuler de dérivation du quotient Exo complémentaire: unicité de f telle que f'=f et f(0)=1.

Le vendredi 16/6, même leçon: 1) démontrer la formule de la dérivée des fonctions puissances. 2) puis : à quoi vous font-elles penser ? (→ linéarité pour la somme et le produit par un scalaire). 3) Interpréter graphiquement le taux d'accroissement. 4) lien entre la continuité et la dérivabilité ? 5) pour compléter la présentation un peu rapide sur les extrema : Citer une fonction dont la dérivée s'annule sans changer de signe (question déjà entendue l'an dernier et l'année d'avant… un grand classique !!!)

S11 (mercredi 21 AM, maths) **Thème** ***géométrie vectorielle dans le plan et dans l'espace*****.** Développement: équation d'un plan à partir du vecteur normal Exo complémentaire: un exercice de géométrie vectorielle, si v(MA) désigne le vecteur d'origine M d'extrémité A: *dans le plan on se donne un parallélogramme ABCD et trois points M, N, P définis par (i) v(MA)-2v(MB)=v(AC), (ii) v(BN)=2v(BC); et (iii) - v(PA)+2v(PB)+2v(PC)=v(CD). a) compléter la figure en plaçant les points M, N et P; b) montrer que (CP) et (MN) sont parallèles*

S12 **Le samedi 17/06 (math)** : Thème : *Suite numériques, limites (leçon n°30).* Développement : 1) démontrer le théorème des suites convergentes. 2) Démontrer l'inégalité de Bernoulli (pour tout *n* $\in \mathbb{N}, (1+r)^n \geqslant 1+nr$, par récurrence) 3) limites et F.I. : reste-t-on sur de l'intuitif ou démontre-t-on en Terminale ? 4) Démontrer l'assertion suivante : « toute suite croissante qui converge vers *l* est majorée » (par l'absurde). → Un bon oral, candidat reçu !

3. Note d'ambiance générale

RYM = Les quatre candidats observés sont assez jeunes et très moyens.

Les jurys sont généralement bienveillants mais très à cheval sur la rigueur mathématique et la rédaction. Ils s'engouffrent dans les brèches provoquées par les erreurs ou imprécisions des candidats pour poser des questions sur les notions et les définitions fondamentales.

ALAIN = Le public des oraux, de manière frappante, est homologue à ce que nous constatons en préparation: montée en âge, il est évident qu'une proportion importante de candidats sont dans une démarche de reconversion, soit d'un métier à l'autre, soit (pour les plus jeunes) d'un domaine non mathématique aux maths. Il y a donc de profils et des niveaux très variés, et le sentiment général que le concours représente un enjeu à la fois important et stressant. (*Chrystèle = même impression*)

Les jurys sont très généralement bienveillants, en cas de problème ou de blocage, ils cherchent à tendre des perches et à aider. Ils sont de manière générale très à l'écoute des expressions d'étudiants, écrites ou orales, et les questions posées sont généralement révélatrices de leurs attendus et des "incontournables" à leurs yeux. En particulier, les jurys procèdent à l'oral2 comme ils le font à l'oral1: il reviennent dès que l'occasion lui en est fournie, vers des notions, méthodes et définitions fondamentales en mathématiques.

Les imprécisions de vocabulaire et de notation font l'objet d'une attention particulière; les formulations approximatives ou qui prêtent à confusion, sont très souvent reprises dans les questions du jury.[1] Néanmoins, et à ma surprise, plusieurs candidats ont écrit des choses du genre $(e^x)'=e^x$ sans que le jury relève l'erreur…

Concernant le fait de "détecter" les compétences fondamentales à détecter, l'écoute des erreurs d'étudiants et des questions de jury est, comme prévu, bien révélatrice.

CHRYSTELE (complément): La tenue du tableau est importante également puisque le candidat doit montrer une posture « préprofessionnelle ». Le tableau peut néanmoins être effacé (sur demande au jury) ce qui libère un peu du stress lié au manque de place pour écrire. De même pour la manière de

[1] A titre d'exemple (revenu plusieurs fois le 20 matin), des coordonnées notées en colonne sont jugées inadéquates pour un point (elles évoquent plutôt un vecteur ou en général une matrice).

présenter les réponses lors de l’entretien : en cas de doute, le jury va poser une question « en situation pédagogique » pour évaluer la capacité du candidat face à une classe.

Si le candidat ne propose pas d’exercices suffisamment consistants, le jury en propose un qui sera donc dicté ! Si le candidat a négligé les TICE, le jury saura lui en demander systématiquement (ou lui faire dire qu’il ne sait pas)!

4. Compétences fondamentales attendues, d'après les questions des jurys.

Nous proposons ci-dessous une liste de questions entendues, ou de points discutés à l'occasion d'exposé d'étudiants soit à l'oral2, soit à l'oral1. En général elles étaient plus nombreuses à l'oral2 mais ceci s'explique facilement par le fait que les exposés d'oral1 sont, en eux-mêmes, conçus comme un retour sur les fondamentaux sur un thème donné. (*) veut dire que la chose a été entendu par au moins d'entre d'entre nous…

Questions de (raisonnement) logique

implications et équivalences

- <au sujet de certaines implications>: est-ce une équivalence ou pas? question récurrente, presque systématique *

- dans la proposition proposée comme définition "u et v sont colinéaires s'il existe k tel queu = k.v", y a-t-il implication? équivalence? *

contraire, disjonction et confonction

- quel est l'événement contraire à "A union B"? *

Négation d’une proposition (en lien avec le raisonnement par l’absurde) :

- quelle est la négation de il existe x tel que f(x+10)-f(x)=5 ? comment le quantifier ?

- quelle est la négation de (d) et (d’) sont parallèles à la droite Delta ?

distinction entre définition et propriétés

- dire qu'il existe une unique fonction *f* telle que *f'* = *f* et *f*(0)=1, est-ce une définition? / quand on affirme qu'un objet existe, est-ce une définition?

-la proposition, pour u et v deux vecteurs dans l'espace: leur produit scalaire est norme(u) x norme(v) x cos(u,v) est-elle une définition? une propriété?

connaissance des raisonnements fondamentaux

- par quel type de raisonnement montre-t-on l'unicité d'un objet vérifiant une propriété?

- (au sujet d'une copie d'élève sur un problème ouvert, manifestant une démarche de recherche et la formulation d'une conjecture) peut-on dire que l'élève a raisonné mathématiquement? en quel sens?

- comment nier logiquement la proposition "il existe un réel x_0 tel que exp(x_0)=0"? *

lien logiques entre équations, systèmes d'équations successifs, et ensemble de solutions

- quelles sont les solutions d'une équation comme $x^2 = -625$?
- (ayant montré l'équivalence de deux inéquations, dont la seconde est toujours vraies) que peut-on en conclure pour la première? *

Connaissance de modes de représentations / de la démarche de modélisation

analyse, fonctions

- de quelle fonction une hyperbole / parabole est elle la courbe représentative?
- quand le graphe est symétrique par rapport à un axe ou l'origine, à quelle propriété de la fonction cela correspond-t-il (*parité / imparité*)
- pourquoi ne peut-on parler de "l'équation d'une droite" (au singulier) (*équation générale / équation réduite*)
- coordonnées du sommet d'une parabole (dont on a l'équation $y = ax^2+bx+c$)? *
- visualiser la dérivabilité ou non en 0 sur la représentation graphique

probabilités

- dans une expérience aléatoire, a-t-on le choix de l'univers? *
- comment montrer visuellement (sur un schéma ou un tableau d'effectifs) que le contraire de A union B est l'intersection des contraires de A et B?

algorithmique, programmation

quelle est la différence entre un code et un pseudo-code?

géométrie

- différente définitions d'une droite

Méthodes de résolutions

en analyse [+ déf. associées]

- comment fait on pour connaître les variations du produit de deux termes, dont l'un augmente et l'autre diminue? (*dériver, étudier le signe*)
- pour prouver qu'une fonction est croissante, peut on faire autrement qu'en dérivant (*recourir à la définition*) / quelle est la définition d'une fonction croissante?
- (variante) comment montrer que $a \rightarrow {}^{1}/_{2}.(a^2+1).a$ est croissante pour $a>0$, sans utiliser la dérivée?
- comment calculer l'ordonné à l'origine d'une droite passant par deux points?
- comment déterminer les coordonnées du sommet d'une parabole (dont on a l'équation $y = ax^2+bx+c$)?
- comment calculer l'aire entre une portion de parabole (ou d'une autre courbe) et l'axe des abscisses?

- de quelles méthodes dispose-t-on en lycée, pour montrer qu'une limite vaut +/- infini?

- quelles sont les méthodes, au niveau seconde, pour montrer qu'on a un minimum ou un maximum? (*revenir à la définition*)

- dériver est-il la seule façon de déterminer un minimum ou un maximum?

- par quelle(s) démarches algorithmiques pourrait on approcher le minimum / maximum d'une fonction?

en algébre

- comment factoriser ax^2+bx+c? *

- comment factoriser $2x^2-100x+1250$? (=*carré parfait à un facteur 2 près*) *

en arithmétique

- comment calculer le pgcd de 410 et 287?

géométrie

- comment calculer l'équation cartésienne d'un plan défini par deux vecteurs ?

- avec quel outil peut-on visualiser l'existence d'un point qui maximise une aire dans un exercice de géométrie ?

algorithmique, programmation

- (au sujet d'une sous-tâche répétitive): pouvez vous en faire une fonction?

peut-on modifier le type d'une variable? comment? (au sujet du code ASCII)

(variante) - pourquoi 'a' + 5 dans le tableau de commande de python donne-t-il une erreur?

connaissance des Définitions, propriétés et théorèmes simples

fonctions

- donner des exemples de fonctions impaires; paires

- telle ou telle fonction, est-elle dérivable?

quelle est la définition d'une fonction croissante?

- que peut on dire d'une fonction, dont la dérivée est décroissante?

- dans "e^x", d'où sort la lettre *e*?

- comment définit-on a^n, avec *n* entier (relatif)?

- comment justifier la continuité de exponentielle?

- quelle est la définition du minimum / maximum atteint par une fonction sur un intervalle?

- donner un exemple de fonction qui n'a pas le même comportement pour les entiers et pour les autres réels

- exemples de fonctions continues mais non dérivables en certains points?

- quelle est la définition d'une fonction?
- (au sujet d'une aire non bornée) y a-t-il une aire maximale?
- telle ou telle fonction, est-elle dérivable?
- théorème des valeurs intermédiaires .
- définition de la continuité en un point.
- rapport entre la définition de la tangente à une courbe en un point et la définition de la tangente rencontrée au collège ?

probabilités

- quelles sont les propriétés fondamentales d'une probabilité?
- la formule card A / N (donnant la probabilité d'un événement A dans un univers fini de cardinal N) est-elle vraie en général?
- comment définir la probabilité pour un univers non fini (dénombrable, ou non d.)
- pourquoi parle-t-on de "probabilité conditionnelle"? pourquoi ce nom?
- en tant que fonction, quel est l'ensemble de départ d'une probabilité?
- qu'est-ce que la formule des probabilités totales? / des probabilités composées?
- quelle est la notion sous-jacente à un arbre pondéré [*représentant un tirage successif, où les mêmes pondérations se répétent à chaque branche*]?
- quelle est la définition mathématique formelle de l'indépendance de deux événements? *
- questions sur les différents intervalles de fluctuation (suivant niveaux)
-qu'est-ce que le théorème de Moivre-Laplace?
- quel est le lien entre expérience de Bernoulli et loi normale?

géométrie, algèbre

- quand on a un repère (O, i, j), que représentent les vecteurs i et j pour le plan?
- peut-on faire de la géométrie vectorielle sans coordonnées?
- la formule donnant le produit scalaire, dans le plan ou dans l'espace, est-elle valable pour tout repère?
- une équation du second degré a-t-elle toujours deux racines?
- si on multiplie deux matrices dont la première est de taille nxp, quelle est la taille de la seconde?
- de quel théorème le th. de la droite des milieux est-il un cas particulier?
- définition d'une droite sans les coordonnées

arithmétique

- que signifie "PGCD"?

- pourquoi pgcd(a,b) = pgcd (a-b,b) si a>b entiers?

- si un entier est divisible par 2 et 3 ,est-il divisible par 6 et pourquoi?

algorithmique et programmation

-un ensemble de caractères est-elle un fichier?

- quel est le code ASCII de "A"? est-ce zéro?

- comment définir "internet"?

- comment des pages web sont elles indexées?

Connaissance des programmes, des référentiels de compétence

- pourquoi ne pas introduire la dérivée dès le début du lycée? (*risque de confusion entre la* définition *de la croissance/décroissance et sa* caractérisation *par le signe de la dérivée)*

- pouvez vous rappeler les six compétences travaillées en mathématiques? (déclinées éventuellement en cycle 4 ou lycée)

- qu'appelle-t-on "compétence"? (par opposition à savoirs faire mathématiques)

- quel est l'intérêt de modifier l'énoncé d'un exercice guidé, pour en faire un exercice plus ouvert?

- que signifie "modéliser"? - en quel sens comprenez vous le terme "modéliser"?

- que comprenez vous derrière le terme "raisonner"?

- (au sujet d'un pseudo-élève incapable d'analyser correctement un énoncé) quelle est la compétence en jeu? comment s'appelle-t-elle?

- comment rédiger l'étape de modélisation, dans la résolution d'un problème?

- à quel niveau est introduit le TVI ? Quelle preuve pour les élèves ?

- comment expliquer la dérivabilité ou non en un point à un élève de Première ?

NOTA: *Ces questions peuvent être reprises lors de la dernière partie du second oral (étude de dossier) : questions sur les « missions du professeur et le contexte d'exercice du métier » → selon la contextualisation proposée.*